Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский  
Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Домашняя работа №2**

По дискретной математике

Вариант 105

Выполнил:

Студент группы P3116

Григорьев Даниил Александрович

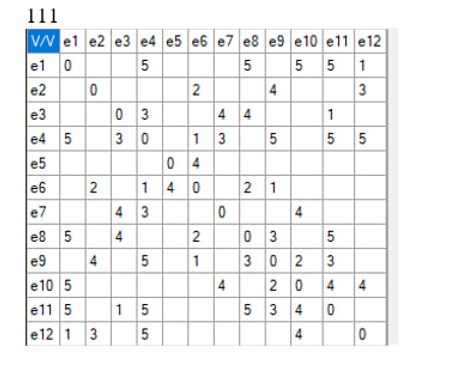
Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович



Санкт-Петербург

2025



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V/V | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
| e1 | *0* |  |  | 5 |  |  |  | 5 |  | 5 | 5 | 1 |
| e2 |  | *0* |  |  |  | 2 |  |  | 4 |  |  | 3 |
| e3 |  |  | *0* | 3 |  |  | 4 | 4 |  |  | 1 |  |
| e4 | 5 |  | 3 | *0* |  | 1 | 3 |  | 5 |  | 5 | 5 |
| e5 |  |  |  |  | *0* | 4 |  |  |  |  |  |  |
| e6 |  | 2 |  | 1 | 4 | *0* |  | 2 | 1 |  |  |  |
| e7 |  |  | 4 | 3 |  |  | *0* |  |  | 4 |  |  |
| e8 | 5 |  | 4 |  |  | 2 |  | *0* | 3 |  | 5 |  |
| e9 |  | 4 |  | 5 |  | 1 |  | 3 | *0* | 2 | 3 |  |
| e10 | 5 |  |  |  |  |  | 4 |  | 2 | *0* | 4 | 4 |
| e11 | 5 |  | 1 | 5 |  |  |  | 5 | 3 | 4 | *0* |  |
| e12 | 1 | 3 |  | 5 |  |  |  |  |  | 4 |  | *0* |

**Задание: найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам**

Воспользуемся для этого алгоритмом Дейкстры:

1. l(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты этой итерации запишем в таблицу:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 |
| e1 | 0+ |
| e2 | ∞ |
| e3 | ∞ |
| e4 | ∞ |
| e5 | ∞ |
| e6 | ∞ |
| e7 | ∞ |
| e8 | ∞ |
| e9 | ∞ |
| e10 | ∞ |
| e11 | ∞ |
| e12 | ∞ |

2. Гe1 = {e4, e8, e10, e11, e12} - все пометки временные, уточним их:

l(e4) = min [∞, 0++5] = 5;

l(e8) = min [∞, 0++5] = 5;

l(e10) = min [∞, 0++5] = 5;

l(e11) = min [∞, 0++5] = 5;

l(e12) = min [∞, 0++1] = 1.

3. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 1;

4. Вершина e12 получает постоянную пометку l(e12) = 1+, p = e12

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ | ∞ |
| e2 | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 5 |
| e5 | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ |
| e7 | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | 5 |
| e9 | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | 5 |
| e11 | ∞ | 5 |
| e12 | ∞ | 1+ |

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe12 = {e1, e2, e4, e10}

Временные пометки имеют вершины e2, e4, e10 – уточняем их:

l(e2) = min [∞, 1++3] = 4;

l(e4) = min [5,1++5] = 5;

l(e10) = min [5,1++4] = 5.

6. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e2) = 4;

7. Вершина e2 получает постоянную пометку l(e2) = 4+, p = e2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 5 | 5 |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | 5 | 5 |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | 5 | 5 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | 1+ |  |

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e6, e9, e12}

Временные пометки имеют вершины e6, e9 - уточняем их:

l(e6) = min [∞, 4+ +2] = 6;

l(e9) = min [∞, 4+ +4] = 8;

9. I(ei+) = min[I(ei)] = l(e4) = 5

10. Вершина e9 получает постоянную пометку l(e4) = 5+, p = e4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe4 = {e1, e3, e6, e7, e9, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e3, e6, e7, e9, e11 - уточняем их:

l(e3) = min [∞, 5++3] = 8;

l(e6) = min [6, 5++1] = 6;

l(e7) = min [∞, 5++3] = 8;

l(e9) = min [8, 5++5] = 8;

l(e11) = min [5, 5++5] = 5.

12. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 5

13. Вершина e8 получает постоянную отметку I(e8) = 5+, p = e8

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe8 = {e1, e3, e6, e9, e11}

Временные пометки имеют вершины e3, e6, e9, e11 – уточняем их:

l(e3) = min [8, 5++4] = 8;

l(e6) = min [6, 5++2] = 6;

l(e9) = min [8, 5++3] = 8;

l(e11) = min [5, 5++5] = 5.

15. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e10) = 5

16. Вершина e10 получает постоянную отметку I(e10) = 5+, p = e10

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe10 = {e1, e7, e9, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e7, e9, e11 – уточняем их:

l(e7) = min [8, 5++4] = 8;

l(e9) = min [8, 5++2] = 7;

l(e11) = min [5, 5++4] = 5.

18. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 5

19. Вершина e6 получает постоянную отметку I(e11) = 5+, p = e11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 7 |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe11 = {e1, e3,e4,e8, е9, е10}

Временные пометки имеют вершины e3, e9 – уточняем их:

l(e3) = min [8, 5++1] = 6;

l(e9) = min [7, 5++3] = 7.

21. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e3) = 6

22. Вершина e10 получает постоянную отметку I(e3) = 6+, p = e3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 6+ |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe3 = {e4, e7,e8,e11}

Временные пометки имеют вершины e7 – уточняем их:

l(e7) = min [8, 6++4] = 8.

24. l(ei+) = min [l(ei)] = l(e6) = 6

25. Вершина e2 получает постоянную отметку I(e6) = 6+, p = e6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 6+ |  |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 | 7 |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e2, e4,e5,e8,e9}

Временные пометки имеет вершина e7 - уточняем её:

l(e5) = min [∞, 6++4] = 10;

l(e9) = min [7, 6++1] = 7.

27. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e9) = 7

28. Вершина e7 получает постоянную отметку I(e9) = 7+, p = e9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 6+ |  |  |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 10 |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 | 7 | 7+ |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe9 = {e2,e4,e6,e8,e10, e11}

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

30. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e7) = 8

31. Вершина e7 получает постоянную отметку I(e7) = 8+, p = e7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 6+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 10 | 10 |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8+ |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 | 7 | 7+ |  |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe7 = {e3, e4,e10}

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

33. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e5) = 10

34. Вершина e4 получает постоянную отметку I(e5) = 10+, p = e5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | 4+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 6+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 10 | 10 | 10+ |
| e6 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8+ |  |
| e8 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 | 7 | 7+ |  |  |
| e10 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Все метки постоянные, значит конец алгоритма.  
Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.